

SECCIÓN TÉCNICA

Gradas de bajada en canales (*)

POR

FRANCISCO JAVIER DOMINGUEZ S.

(Conclusión)

Cerrado el anterior paréntesis, prosigamos el estudio experimental de la grada de bajada según los principios e hipótesis enunciadas al empezar.

Hemos visto que cuando la profundidad aguas abajo de la grada es superior a Sh_c el resalto ahoga el pie de la napa. Sobre la grada persistirá el escurrimiento crítico hasta otra cierta profundidad, que lo destruirá. Si la profundidad es superior a este límite, la que habrá sobre la grada será función de ella, y el escurrimiento en el lecho superior a la caída dependerá, en este sentido de la profundidad al pie de la grada.

Estudiaremos primeramente esa profundidad límite de la existencia del escurrimiento crítico y en seguida la grada influenciada por aguas abajo a la luz de las experiencias de la serie 124 de las "Experiences nouvelles de l'écoulement en déversoir" de Bazin (1), practicadas en un vertedero de 0.75 mts. de altura y umbral de 2 mts. de espesor sin redondeo de entrada.

La serie de experiencias citada fué hecha con el objeto de investigar cuál era la profundidad de aguas abajo que empezaba a tener influencia sobre el gasto; esa es precisamente la profundidad que destruye el escurrimiento crítico, que como hemos probado existe sobre el umbral no influenciado por aguas abajo.

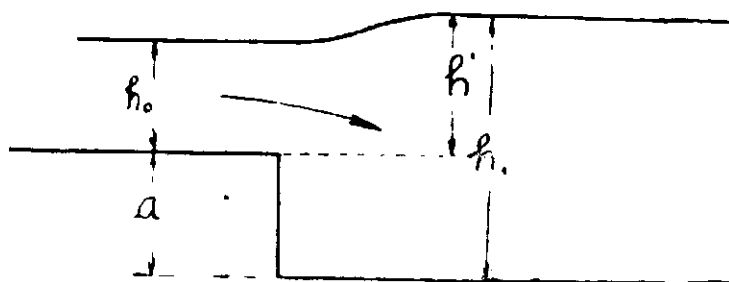
En el cuadro siguiente aparecen tabuladas las experiencias, ordenadas por Bazin. No detallaremos como se ha calculado las distintas columnas del cuadro,

(*) Ver los Anales de Junio y Julio.

(1) 5.º artículo pág. 63 y 64.

h mts	m	h' mts	$\sqrt[3]{2m^2}$	h_c mts	$\alpha \frac{U_0^2}{2g}$ mts	$\frac{H}{h+\alpha \frac{U_0^2}{2g}}$ mts	$\frac{h_c}{H}$	$\frac{H}{h_c}$	$\frac{2}{\frac{h}{h_c}}$	K
0.1213	0.3199	0.0300	0.5895	0.0715	0.0004	0.1217	0.5895	1.690	0.47	10.50
0.1225	0.3227	0.0600	0.5930	0.0727	0.0004	0.1229	0.593	1.686	0.825	10.33
0.1220	0.3228	0.0910	0.5930	0.1079	0.0011	0.1231	0.5895	1.693	0.845	7.02
0.2930	0.3325	0.1807	0.6050	0.1774	0.0040	0.2970	0.5970	1.675	1.018	4.28
0.2365	0.3301	0.1515	0.6020	0.1424	0.0030	0.2395	0.5900	1.680	1.064	5.27
0.1798	0.3264	0.1197	0.5975	0.1075	0.0011	0.1809	0.5941	1.683	1.114	6.99
0.2531	0.3364	0.2420	0.6095	0.2153	0.0064	0.3595	0.5990	1.670	1.124	3.49
0.2948	0.3289	0.2110	0.6000	0.1770	0.0040	0.2988	0.593	1.686	1.195	4.27
0.4093	0.3379	0.3005	0.6110	0.2500	0.0097	0.4190	0.597	1.675	1.202	3.00
0.1214	0.3187	0.0912	0.5880	0.0714	0.0004	0.1218	0.5886	1.706	1.278	10.51
0.2381	0.3288	0.1837	0.6000	0.1429	0.0028	0.2409	0.593	1.686	1.286	5.26
0.3527	0.3355	0.2726	0.6100	0.2151	0.0064	0.3591	0.599	1.670	1.267	3.49
0.4119	0.3351	0.3285	0.6080	0.2503	0.0098	0.4217	0.595	1.680	1.313	3.00
0.1853	0.3114	0.1512	0.5790	0.1073	0.0011	0.1864	0.574	1.737	1.410	7.00
0.2961	0.3299	0.2416	0.6020	0.1783	0.0050	0.3011	0.592	1.689	1.354	4.21
0.3597	0.3266	0.3026	0.5980	0.2150	0.0064	0.3661	0.587	1.704	1.407	3.49
0.2473	0.3099	0.2108	0.5770	0.1427	0.0028	0.2501	0.570	1.754	1.476	5.26
0.4177	0.3277	0.3595	0.5990	0.2501	0.0110	0.4287	0.585	1.715	1.439	3.00
0.3121	0.3034	0.2711	0.5690	0.1777	0.0040	0.3161	0.562	1.780	1.527	4.23
0.1372	0.2678	0.1199	0.5230	0.0724	0.0002	0.1380	0.576	1.913	1.661	10.42
0.3756	0.3048	0.3324	0.5710	0.2143	0.0082	0.3838	0.561	1.790	1.550	3.50
0.4391	0.3043	0.3889	0.570	0.2503	0.0100	0.4491	0.557	1.795	1.553	3.00
0.2058	0.2684	0.1812	0.5245	0.1069	0.0010	0.2048	0.522	1.916	1.696	7.02
0.2712	0.2709	0.2425	0.5273	0.1429	0.0025	0.2737	0.522	1.916	1.698	5.26
0.3332	0.2736	0.3014	0.5300	0.1766	0.0038	0.3370	0.524	1.908	1.706	4.25
0.3958	0.2798	0.3607	0.5390	0.2133	0.0064	0.4032	0.528	1.894	1.691	3.52
0.2280	0.2265	0.2091	0.4680	0.1067	0.0010	0.2290	0.466	2.146	1.961	7.04
0.2931	0.2422	0.2712	0.4890	0.1434	0.0028	0.2959	0.485	2.062	1.892	5.24
0.3661	0.2462	0.3304	0.4950	0.1765	0.0040	0.3607	0.489	2.045	1.873	4.25
0.1502	0.2110	0.1497	0.4470	0.0716	0.0010	0.1612	0.444	2.252	2.091	10.49

pues ya se ha indicado en otro anterior análogo. En la columna 3.^a aparece la magnitud h' , que es la parte de la profundidad de aguas abajo que queda sobre el nivel



del umbral; la columna 10 es la razón $\frac{h^2}{h_c}$ que llamaremos Z . La profundidad relativa de aguas abajo $\frac{h_1}{h_c}$ la llamaremos X_1 y vale según esto:

$$X_1 = K + Z$$

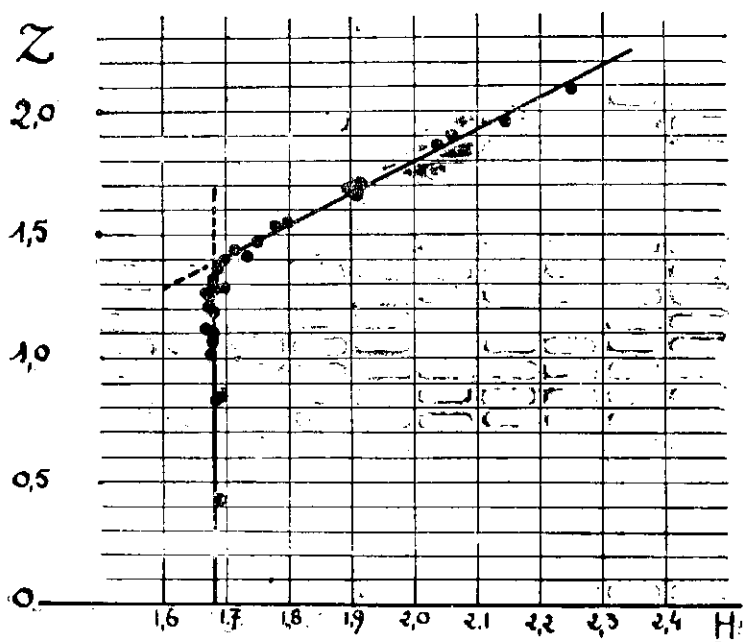


Gráfico N° 6

El gráfico N.º 6 nos dá una interpretación de este cuadro. Se ha llevado en ordenadas los Z y en abscisas la razón $\frac{H}{h_c}$ entre la carga total y la profundidad crítica. Según él indica hasta un cierto valor de Z las experiencias se ordenan sobre la recta $\frac{H}{h_c} = 1.68$: tales son las no influenciadas por aguas abajo, por que como se demostró, en ese caso, cualquiera que sea la forma de la napa, en un vertedero de entrada en forma de arista viva la razón $\frac{H}{h_c}$ tiene ese valor constante. Después las experiencias se ordenan sobre la recta:

$$(1) \quad Z = 1.29 \frac{H}{h_c} - 0.775$$

Introduciendo en esta expresión el valor $\frac{H}{h_c} = 1.68$ se obtiene el de Z límite buscado. Ese valor resulta ser $Z_{\text{lim}} = 1.392$. En forma análoga presenta Bazin el límite de la influencia de aguas abajo pues dice que la razón $\frac{h'^{\text{lim}}}{h}$ entre la parte de la profundidad de aguas abajo superior al nivel del umbral y la carga del vertedero, cuando se empieza a notar la influencia de aguas abajo, es $\frac{5}{6} = 0.833$; valor idéntico al que señalamos; pues recordando que $Z_{\text{lim}} = \frac{h'}{h_c} = 1.392$ y $\frac{H}{h_c} = 1.68$ se obtiene $\frac{h'^{\text{lim}}}{H} = \frac{1.392}{1.68} = 0.829$, número que sube algo considerando con Bazin la carga mensurable h en vez de la carga total H .

Un examen mas atento de las experiencias de la serie 124 nos indica el gráfico N.º 7, fig. 1; en él se han colocado todas las experiencias en que el gasto ha sido influenciado por la profundidad de aguas abajo, llevando en ordenadas los Z y en abscisas las alturas relativas de grada K , anotando para cada experiencia el valor $\frac{H}{h_c}$ que le corresponde. Se observa trazando las curvas de igual $\frac{H}{h_c}$ que los Z disminuyen algo mientras los K crecen, disminución que es mas notable mientras menor es el $\frac{H}{h_c}$ de que se trate. Las curvas de igual $\frac{H}{h_c}$ se pueden interpretar por la ecuación lineal:

$$(2) \quad Z = 1.25 \frac{H}{h_c} - 0.68 - \left(0.034 - 0.0153 \frac{H}{h_c} \right) K$$

Gráfico N:7

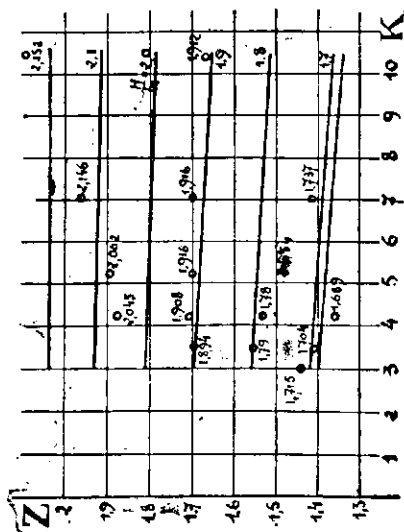
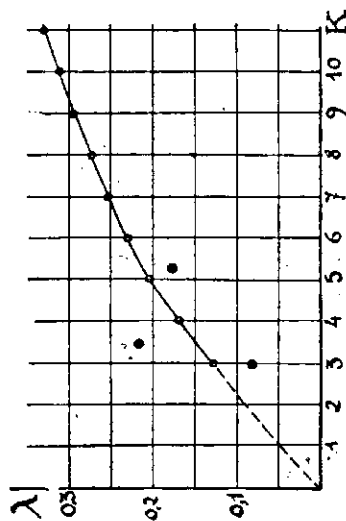


Fig. N:1



Los 3 puntos fuera de la curva corresponden a las experiencias de la Serie 124 cercanas al límite de la influencia de aguas abajo.

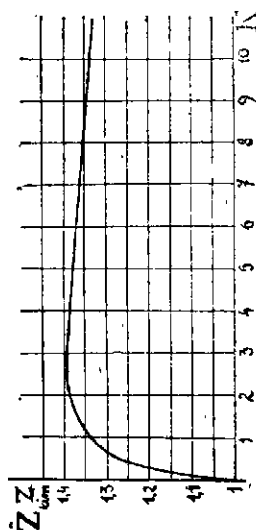


Fig. N:3

válida únicamente para valores de $\frac{H}{h_c}$ comprendidos entre 1,68 límite inferior de la influencia de aguas abajo y 2,25 límite a que alcanzan las experiencias comentadas y para valores de K comprendidos entre 3 y 10,5, por esta última razón.

Introducido aquí el valor $\frac{H}{h_c} = 1.68$ se obtiene:

$$(3) \quad Z_{\text{lim}} = 1,42 - 0,0083 K$$

fórmula que dá los siguientes valores de Z_{lim} para los K que se indican:

$K =$	3	4	5	6	7	8	9	10
$Z_{\text{lim}} =$	1,395	1,387	1,378	1,370	1,362	1,354	1,345	1,337

La extrapolación de valores de Z_{lim} más allá de $K=10$ ha de tener en cuenta que la función $Z_{\text{lim}} = f(K)$ tiende a 1 cuando K crece (1). El cálculo de los Z_{lim} en valores de K menores de 3 se hará por consideraciones de la pérdida de carga que se calcula a continuación.

El escurrimiento crítico que hay sobre una grada empezará a ser destruido por la profundidad de aguas abajo, cuando esta corresponda a un Bernoulli que sumado a la pérdida de carga por ensanche brusco sea igual al Bernoulli crítico, referido ambos a cualquier plano horizontal. Tácitamente hemos pasado por la determinación experimental de la pérdida de carga al determinar el Z_{lim} , es útil su conocimiento directo para completar los Z_{lim} en K menores de 3 y para comparar la pérdida de carga real con lo que indicaría la fórmula de Borda. Su cálculo es sencillo para efectuarlo bastará agregar a las profundidades anterior y posterior a la caída la altura de velocidad correspondiente y hacer la diferencia de los Bernoulli. Lo referiremos al plano posterior a la caída, y divididos por la altura crítica serán:

de aguas arriba, crítico, $\frac{B_0}{h_c} = \frac{3}{2} + K$ el de aguas abajo (2) $\frac{B_1}{h_c} = K + Z$.

(1) Se podría así indicar los siguientes valores extrapolados:

$$\begin{array}{ccc} K & = & 15 \qquad 20 \\ Z_{\text{lim}} & = & 1.28 \qquad 1.24 \end{array}$$

(2) La profundidad de aguas abajo referida a la crítica es $\frac{a+h'}{h_c} = K + Z$. La altura media de velocidad adoptando $\alpha = \frac{5}{3}$ (aunque en realidad α varía algo en el mismo sentido que a) es:

$$\alpha \frac{U^2}{2gh_c} = \frac{\alpha q^2}{2g(a+h')^2 h_c} = \frac{h_c^2}{2(a+h')^2} = \frac{5}{6(K+Z)^2}$$

$\frac{5}{6(K+Z)^2}$. La diferencia de estos dos valores nos da $\frac{\Lambda}{h_c}$, y el factor de resistencia λ , que en función de la altura de velocidad inicial, crítica, da la pérdida de carga vale $\lambda = \frac{2\Lambda}{h_c}$ (1). En el cuadro siguiente aparecen los valores calculados:

K	Z	K+Z	$\frac{5}{6(K+Z)^2}$	$\frac{B_1}{h_c}$	$\frac{B_0}{h_c}$	$\frac{\Lambda}{h_c}$	λ
3	1.395	4.395	0.041	4.436	4.500	0.064	0.128
4	1.387	5.387	0.029	5.416	5.500	0.084	0.168
5	1.378	6.378	0.020	6.398	6.500	0.102	0.204
6	1.370	7.370	0.015	7.385	7.500	0.115	0.230
7	1.362	8.362	0.012	8.374	8.500	0.126	0.252
8	1.354	9.354	0.010	9.364	9.500	0.136	0.272
9	1.345	10.345	0.008	10.353	10.500	0.147	0.294
10	1.337	11.337	0.007	11.344	11.500	0.156	0.312

En el gráfico N.º 7, fig. N.º 2 se han llevado los resultados de este cuadro, llevando en abscisas los K y en ordenadas los λ . Como para K=0, es decir grada de altura nula, $\lambda=0$, se ha podido trazar la función $\lambda=f(K)$ entre K=0 y K=3, lo que permite entre esos límites calcular, partiendo de la pérdida de carga, los Bernoulli de aguas abajo (y por lo tanto las profundidades) que la producen.

En el siguiente cuadro aparecen los Z_{lim} así calculados correspondientes a esos (2) K menores de 3.

$$(1) \Lambda = \lambda \frac{h_c}{2} \text{ y por lo tanto } \lambda = \frac{2\Lambda}{h_c}$$

(2) Como se dijo en una nota anterior el coeficiente α , correctivo de la altura de velocidad media disminuye con la altura de la grada. Vamos a aceptar que $\alpha=1$ para K=0, que es en rigor aceptar en el régimen uniforme de ese caso, que se efectuaría con profundidad crítica, $\alpha=1$, lo que no es exacto; pero que habiendo grada y escurrimiento crítico sobre ella, siendo éste el resultados de aceleraciones positivas bruscas o paulatinas es como se ha dicho exacto o aproximado. Sobre esa base y a falta de estudio analítico hemos aceptado la siguiente variación de α tendiendo a $\frac{5}{3}$.

K=0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	mas de 3
$\alpha=1$	1.36	1.42	1.51	1.55	1.58	1.60	1.66

K	$\frac{B_0}{h_c}$	λ	$\frac{\Lambda}{h_c}$	$\frac{B_1}{h_c}$	$\alpha \frac{U_1^2}{2gh_c}$	Z+K	Z _{lim}
0	1.5	0	0	1.500	0.500	1.00	1.000
0.25	1.75	0.010	0.005	1.745	0.302	1.443	1.193
0.50	2.00	0.020	0.010	1.990	0.206	1.784	1.284
0.75	2.25	0.032	0.016	2.234	0.167	2.067	1.317
1.00	2.50	0.042	0.021	2.479	0.132	2.347	1.347
1.50	3.00	0.064	0.032	2.968	0.092	2.876	1.376
2.00	3.50	0.084	0.042	3.458	0.068	3.390	1.390
2.50	4.00	0.106	0.053	3.947	0.052	3.895	1.395

En la fig. N.º 3 del mismo gráfico 7 aparece, la función continua experimental de valores de Z_{lim} entre K=0 y K=10.

Calculados directamente los λ en las experiencias de la serie 124 que quedar cercanas al límite de la influencia de aguas abajo se obtiene con los valores dados una concordancia de conjunto que no se puede pretender muy exacta debido a la pequeñez de la pérdida de carga por calcular y a que las experiencias no están en el límite mismo de la influencia sino cercanas a él. Así se obtiene:

(1) carga h =	0.3597	0.2473	0.4177
Λ =	0.0234	0.0129	0.0102
λ =	0.218	0.181	0.082
K =	3.50	5.26	3.00

En la fig. N.º 2 del gráfico 7 aparecen estos valores de λ .

La fórmula de Borda (2), que como demuestra Boussinesq es aplicable a ca-

(1) La carga h sirve de referencia para el cuadro general.

(2) La fórmula de Borda puesta en función de la altura de velocidad inicial, crítica, considerando ancho unitario es:

$$\Lambda = \frac{U_c^2}{2g} \left(1 - \frac{h_c}{h' + a} \right)^2 = \frac{U_c^2}{2g} \left(1 - \frac{1}{Z+K} \right)^2$$

la cantidad entre paréntesis elevada al cuadrado es el número λ .

A continuación puede verse la comparación de los λ dados arriba con los que daría la fórmula de Borda:

	K=0	0.25	0.5	1	1.5	2	3	5	7	10
λ } experimental=0	0.010	0.02	0.04	0.06	0.08	0.13	0.20	0.27	0.31	
fórm. Borda=0	0.12	0.21	0.34	0.43	0.50	0.60	0.71	0.77	0.83	

nales descubiertos solo cuando es grande el aumento de sección viva efectivamente no es aplicable a los K pequeños como demuestran los siguientes resultados en entero desacuerdo con los experimentales, de las experiencias recientemente citadas:

	$h =$	0.3597	0.2473	0.4177
Fórmula de Borda	$\lambda =$	0.633	0.725	0.600

Fijemos ahora nuestra atención en la grada cuyas profundidades de aguas abajo son mayores que la límite de la existencia del escurrimiento crítico. Bazin no da en las experiencias de la serie 124 las profundidades sobre el umbral. Sin embargo se las puede deducir haciendo la hipótesis que la contracción de entrada guarda con la carga del vertedero una razón constante, hecho que comprueban las experiencias de Bazin en paredes delgadas. Esto equivale a decir que las formas geométricas de escurrimiento permanecen semejantes, y por lo tanto el coeficiente de resistencia λ , de entrada es constante. Dicho coeficiente, en función de la altura de velocidad sobre el umbral vale, como se demostró $\lambda = 0.36$. Llamando h_o la profundidad y U_o la velocidad sobre el umbral, el teorema de Bernoulli aplicado desde la sección de aguas arriba en que la carga total es H hasta el umbral nos dará (1).

$$H = h_o + \frac{U_o^2}{2g} + 0.36 \frac{U_o^2}{2g} = h_o + 1.36 \frac{U_o^2}{2g}$$

Ecuación que dividida por h_c , llamando $\frac{h_o}{h_c} = X_o$

resulta (2):

$$(4) \quad \frac{H}{h_c} = X_o + \frac{0.68}{X_o^2}$$

Este valor de $\frac{H}{h_c}$ introducido en la ecuación (2) nos dará el valor de X_o en función de Z y K , es decir útil para la grada de bajada. He aquí la ecuación:

(1) El coeficiente α correctivo de la altura de velocidad media sobre el umbral, siempre que K sea relativamente grande, como es el caso de las experiencias de la serie 124, vale practicamente 1, pues es brusco y grande el incremento de velocidad.

(2) La altura de velocidad sobre el umbral referida a la profundidad crítica es:

$$\frac{U_o^2}{2gh_c} = \frac{q^2}{2gh_o^2 h_c} = \frac{h_c^2}{2h_o^2} = \frac{1}{2X_o^2}$$

$$(5) \quad X_o + \frac{0.68}{X_o^2} = \frac{Z+0.68+0.034 K}{1.25+0.0153 K}$$

Dando valores a X_o y K se obtienen los de Z del siguiente cuadro (1).

VALORES DE Z					
K	PARA $X_o =$				
	1	1.25	1.50	1.75	2.00
3	1.395	1.402	1.539	1.772	2.029
4	1.387	1.394	1.546	1.770	2.028
5	1.378	1.387	1.533	1.765	2.027
6	1.370	1.379	1.531	1.763	2.025
7	1.362	1.371	1.525	1.757	2.024
8	1.354	1.362	1.518	1.753	2.023
9	1.345	1.354	1.511	1.750	2.022
10	1.337	1.346	1.505	1.745	2.021

Estos valores de X_o y Z son naturalmente los que caen dentro del margen de las experiencias que nos han servido de base, límites infranqueables de la validez de las expresiones que los han dado.

Sin analizar rigurosamente los resultados de la ecuación (5), o sea tomándola como una aproximación experimental suficiente, podemos concluir que el eje hidráulico se peralta aguas abajo de la grada pero que ese peralte tiende a disminuir cuando Z crece haciéndose despreciable (2) desde $Z=1.75$. Se comprueba la anulación del peralte para los valores de Z o X_o mayores de 2, que se salen de las experiencias comentadas, en la experiencia N.º 4 de la serie 79 de las "Recherches Hydrauliques" de Bazin cuyas condiciones son $K=0.572$, $Z=X_o=2.496$. Nótese que el K , altura relativa de grada es muy pequeño en esta experiencia. Además, la nulidad del peralte en las gradas de bajada con escurrimientos muy tranquilos, es decir ríos muy alejados de la crisis (X_o y Z grandes) es un hecho que generalmente se ha aceptado por los hidraulicistas.

En K menores de 3 interpolaremos entre la aceptación de nulidad del peralte

(1) En realidad la incógnita es X_o , pero resulta mas claro calcular los Z que dan valores de X_o mayores que la unidad.

(2) Menor de 1.5%. Hemos hecho experiencias de grada ahogada en el Laboratorio de la Universidad Católica, pero tratándose de profundidades que dependen de pérdidas de carga muy pequeñas los frotamientos interiores, que no influyen sensiblemente este fenómeno en los casos prácticos, los alteran algo en los pequeños modelos.

todos los K , cuando $Z > 2$ y los valores de Z correspondientes a $X_0 = 1$ que hemos anteriormente estudiado.

El cuadro siguiente resume los resultados experimentales de la grada con inercia de aguas abajo. Se dan los valores de X_1 , profundidad relativa de aguas abajo ($X_1 = Z + K$) en función de X_0 y K . Como se ha dicho aunque X_1 y K son general los datos de la cuestión conviene presentar los $X_0 = 1$, límites de la inercia de aguas abajo de una manera clara, por eso se ha construido el cuadro riendo de X_0 y K ; por lo demás el cuadro permite, con una simple interpolación trar con X_1 como dato.

VALORES DE X_1									
K	para X_0								
	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50	3	4	5
0	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50	3	4.00	5
0.25	1.44	1.36	1.76	2.01	2.26	2.75	3.25	4.25	5.25
0.50	1.78	1.84	2.02	2.26	2.51	3.00	3.50	4.50	5.50
1.00	2.35	2.38	2.53	2.76	3.01	3.50	4.00	5.00	6.00
1.50	2.88	2.90	3.03	3.27	3.52	4.00	4.5	5.50	6.50
2.00	3.39	3.41	3.54	3.77	4.02	4.50	5	6.00	7.00
2.50	3.90	3.91	4.04	4.27	4.52	5.00	5.5	6.50	7.50
3	4.40	4.41	4.54	4.77	5.02	5.5	6.0	7.0	8.0
4	5.39	5.40	5.77	5.77	6.02	6.5	7.0	8.0	9.0
5	6.38	6.39	6.54	6.77	7.02	7.5	8.0	9.0	10.0
6	7.37	7.39	7.53	7.77	8.02	8.5	9.0	10.0	11.0
7	8.36	8.38	8.76	8.76	9.10	9.5	10.0	11.0	12.0
8	9.35	9.37	9.52	9.75	10.00	10.5	11.0	12.0	13.0
9	10.35	10.36	10.52	10.75	11.00	11.5	12.0	13.0	14.0
10	11.34	11.35	11.51	11.75	12.00	12.5	13.0	14.0	15.0
12	13.31	13.34	13.51	13.75	14.00	14.50	15.0	16.0	17.0

ejemplo:

El conocimiento de la profundidad de aguas abajo que empieza a influenciar la grada es útil para el cálculo de barreras de altura mínima que aislen de las inercias de aguas abajo, útiles al proyectar limnómetros o marcadores en canales puestos a variaciones. También se presenta el mismo cálculo en marcos partidores de barrera.

Sea por ejemplo un canal de sección sensiblemente rectangular de 4 m de ancho como sería excavado en arenisca sedimentaria, cuya pendiente de fondo, inadecuadamente es de 0.0013 y cuyo coeficiente de rugosidad es $\gamma = 0.85$ según la fórmula

de Bazin. En este canal el gasto llega a $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$; con ese gasto máximo la profundidad de régimen uniforme es de 1 m. En él se desea colocar un limnómetro en un punto muy poco aguas arriba de una compuerta lateral de saque de agua. Naturalmente abierta la compuerta el eje hidráulico se deprimirá en el punto elegido para situar la regla, y por lo tanto según si está cerrada o abierta la compuerta será con el mismo gasto, diversa la lectura en dicha regla. Es necesario pues aislar el limnómetro de las influencias de la compuerta y para ello es necesario provocar el escurrimiento crítico por medio de un angostamiento o barrera. Supongamos elegido este último sistema; la barrera ha de ser de altura mínima para reducir en lo posible el remanso de aguas arriba; por lo tanto el cálculo de la barrera se reduce a calcular la grada que de $X_0 = 1$ con la profundidad de 1 m aguas abajo.

Se proyectará una barrera de sección rectangular con emplentillado aguas abajo, de concreto, que tenga el mismo ancho del canal, 4 m.

El gasto por metro de ancho es $q = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$; la profundidad crítica que corresponde es: $h_c = 0.542 \text{ m}$. Según esto, la profundidad relativa de aguas abajo es $X_1 = \frac{1}{0.542} = 1.845$. Entrando al cuadro de la pág. 545 con este valor, en la columna de $X_0 = 1$, interpolando se encuentra $K = 0.55$, de modo que la altura de barrera buscada es $a = 0.55 \times 0.552 = 0.298$ o en número redondo $a = 0.30 \text{ m}$. Como las influencias perturbadoras solo tienden a disminuir el Bernoulli de aguas abajo no hay necesidad de dejar un margen de seguridad a la altura de barrera así calculada. Para que sobre la barrera se verifique realmente el escurrimiento por filetes paralelos tendrá en el sentido del escurrimiento una longitud mínima de $5h_c$ (1) $= 2.7 \text{ m}$. El limnómetro conviene colocarlo sobre la barrera donde no hay temor de embancamiento. Aguas arriba de la barrera, si esta tiene la entrada en arista viva, la profundidad sería cercana a 1.10 contada desde el fondo, y si la entrada se construye redondeada puede bajar hasta 1.05 m, lo que daría un remanso de apenas 5 cm. (2)

Para terminar este estudio de la grada de bajada sería necesario variar las hi-

(1) En caso de gradas superiores a $K = 3$ como se vió la carga total vale 1.68 h_c , pero ese valor disminuye, tendiendo a 1.5 h_c cuando K tiende a cero.

(2) Véase la nota 2 de la página 358 de los Anales del Instituto de Ingenieros de Junio de este año. En realidad $5h_c$ es la longitud válida para barreras de altura relativa $K > 3$; en barreras de menor altura esa relación disminuye.

pótesis de partida respecto a las pendientes de fondo antes y después de la caída. La pendiente fuerte indefinida en el lecho posterior a la grada y suave en el anterior, no produce variación en el escurrimiento sobre la grada, ni en la profundidad del torrente al pie de la napa. No así la pendiente fuerte en el lecho anterior a la caída, que modifica el escurrimiento antes y después de la grada. Este último punto necesitaría un estudio especial experimental, que hemos iniciado, pero que, por su escasa importancia práctica no vamos a exponer aquí.

Manera de calcular las gradas de bajada

Con el objeto de facilitar los cálculos de gradas hacemos en el cuadro final un resumen de los resultados experimentales, cuyo uso se evidenciará con el siguiente ejemplo.

Supongamos un canal de concreto, de forma rectangular de 2 m de base que tiene una caída de 0.40 m; la pendiente anterior y posterior a la caída es de $i = 0.0005$ indefinidamente. Se pide determinar qué forma de escurrimiento ocasionará la caída con los gastos de 0.300, 1, y 3 m³ : s.

Las profundidades de régimen uniforme y las profundidades críticas calculadas son:

Q =	0.300	1	3	m. ³ : s
h_z =	0.24	0.57	1.26	m.
h_c =	0.132	0.295	0.613	

Según esto la pendiente es suave y la altura relativa de grada, $\frac{0.4}{h_c}$ para cada gasto vale:

$\frac{a}{h_c} =$	3.03	1.38	0.654
-------------------	------	------	-------

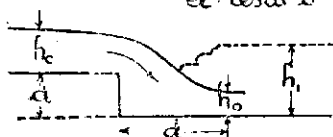
y la profundidad relativa de aguas abajo:

$\frac{h_1}{h_c} =$	1.82	1.03	2.06
---------------------	------	------	------

La condición de pendiente suave indefinida en el lecho que sigue a la caída indica que la profundidad de régimen uniforme se adquiere desde el pie de la grada, salvo que el resalto sea rechazado por la napa.

Resumen de los datos experimentales para el
Cálculo de Gradás de bajada
 en el caso de pendiente suave indefinida o sus
 equivalentes en los lechos anterior y posterior a
 la caída. Se toma como unidad la profun-
 didad crítica h_c

I- La maza afluente rechaza
 el resal ~



$\frac{a}{h_c}$ altura relativa de grada.

$\frac{h_o}{h_c}$ profundidad relativa del
 torrente al pie de la maza

$\frac{d}{h_c}$ distancia relativa a la sec-
 cion en que los filetes vuelven
 a ser paralelos.

$\frac{h_1}{h_c}$ profundidad relativa de aguas
 abajo, límite del resalto rechazado

$\frac{a}{h_c}$	$\frac{h_o}{h_c}$	$\frac{d}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$
0	1.00	∞	1.00
0.1	0.99	4.42	1.24
0.2	0.97	2.85	1.32
0.3	0.90	2.64	1.39
0.4	0.66	2.60	1.44
0.5	0.64	2.51	1.48
0.6	0.62	2.49	1.52
0.7	0.60	2.50	1.55
0.8	0.59	2.51	1.58
0.9	0.57	2.53	1.61
1.0	0.56	2.56	1.64
1.25	0.54	2.64	1.68
1.5	0.52	2.73	1.73
1.75	0.50	2.84	1.76
2.0	0.49	2.92	1.80
2.5	0.47	3.13	1.85
3.0	0.45	3.45	1.89
3.5	0.44	3.66	1.94
4.0	0.42	3.76	1.99
5.0	0.41	4.13	2.02
6.0	0.40	4.49	2.05
7.0	0.39	4.84	2.08
8.0	0.39	5.17	2.09
9.0	0.39	5.49	2.09
10.0	0.38	5.79	2.10
12.0	0.38	6.62	2.10

II El escurrimiento sobre la grada es
 influenciado
 por la profun-
 didad de a-
 guas abajo.



$\frac{a}{h_c}$ altura relativa
 de grada

$\frac{h_1}{h_c}$ profundidad re-
 lativa sobre la
 grada. En el ca-
 so del límite de
 la influencia de
 aguas abajo esta
 h₁ vale 1.00

$\frac{a}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$					
	para $\frac{h}{h_c} =$					
	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50
0	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50
0.1	1.21	1.38	1.60	1.85	2.10	2.60
0.2	1.38	1.50	1.71	1.95	2.20	2.70
0.3	1.52	1.61	1.82	2.06	2.30	2.80
0.4	1.65	1.73	1.92	2.16	2.41	2.90
0.5	1.78	1.84	2.02	2.26	2.51	3.00
0.6	1.90	1.95	2.12	2.35	2.61	3.10
0.7	2.01	2.06	2.22	2.46	2.71	3.20
0.8	2.13	2.17	2.32	2.56	2.81	3.30
0.9	2.24	2.27	2.43	2.66	2.91	3.40
1.0	2.35	2.38	2.53	2.76	3.01	3.50
1.25	2.62	2.64	2.78	3.01	3.27	3.75
1.5	2.88	2.90	3.03	3.27	3.52	4.00
1.75	3.13	3.16	3.28	3.52	3.77	4.25
2.0	3.39	3.41	3.54	3.77	4.02	4.50
2.5	3.90	3.91	4.04	4.27	4.52	5.00
3.0	4.40	4.41	4.54	4.72	5.02	5.50
3.5	4.89	4.91	5.04	5.27	5.52	6.00
4.0	5.39	5.40	5.54	5.72	6.02	6.50
5.0	6.38	6.39	6.54	6.72	7.02	7.50
6.0	7.37	7.39	7.53	7.72	8.02	8.50
7.0	8.36	8.38	8.53	8.72	9.02	9.50
8.0	9.35	9.37	9.52	9.72	10.00	10.50
9.0	10.35	10.36	10.52	10.72	11.00	11.50
10.0	11.34	11.35	11.51	11.72	12.00	12.50
12.0	13.31	13.34	13.51	13.72	14.00	14.50

$\frac{h_1}{h_c}$ profundidad relativa de aguas abajo. Para valores
 de $\frac{h}{h_c}$ mayores de 2.50 $\frac{h_1}{h_c}$ vale $\frac{h}{h_c} + \frac{a}{h_c}$

Mirando en el cuadro N.º I en las columnas $\frac{h_1}{h_c}$ y $\frac{a}{h_c}$ se encuentra que solamente al gasto $0.300 \text{ m}^3/\text{s}$ corresponde un $\frac{h_1}{h_c}$ mayor que el correspondiente de nuestro ejemplo, por lo tanto con ese gasto el resalto será rechazado por la napa y la profundidad relativa del torrente al pie de ella será (correspondiente a $\frac{a}{h_c} = 3.03$) $\frac{h_0}{h_c} = 0.45$, es decir una profundidad efectiva de $h_0 = 0.45 \times 0.132 = 0.0594 \text{ m}$. Esa profundidad se producirá a una distancia $d = 3.35 \times 0.132 = 0.442 \text{ m}$. del paramento de la caída (1). En el lecho superior se desarrollará totalmente el remanso de bajada que termina sobre la grada con el escurrimiento crítico.

Al gasto $1 \text{ m}^3/\text{s}$ corresponde en el cuadro N.º 2, para $\frac{a}{h_c} = 1.38$, valores de $\frac{h_1}{h_c}$ mayores que 1.93 por lo tanto este gasto no altera el escurrimiento crítico sobre la grada y da también origen a la formación completa del remanso de bajada en el lecho superior.

Al gasto de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ correspondiente a su altura relativa de grada $\frac{a}{h_c} = 0.654$ y a su profundidad relativa de aguas abajo $\frac{h_1}{h_c} = 2.06$ se encuentra interpolando en el cuadro N.º II, un valor $\frac{h}{h_c} = 1.35$ aproximadamente, es decir que sobre la grada la profundidad será $h = 1.35 \times 0.613 = 0.828$. Esta será la menor profundidad del río deprimido en el lecho superior.

Santiago, 1922.

(1) El resalto se verificará cuando el torrente adquiera la profundidad 0.0635 que es la que satisface la posibilidad de resaltar a 0.24 m.