

MATEMATICAS. Tablas para efectuar una division cualquiera por medio de la adiccion.—Comunicacion del agrimensor don Ramon Picarte a la Facultad de Ciencias Matematicas i Fisicas.

EXPLICACION DE LAS TABLAS.

En las tablas se encuentran todos los cocientes que resultan de dividir diez mil millones, veinte mil millones..... noventa mil millones por las cantidades 1001, 1002, 1003, 1004..... hasta 9999. Los nueve cocientes que corresponden a cada divisor, están colocados a su derecha en línea horisontal. Los que provienen de la division de diez mil millones, están en la columna vertical señalada con el número 1; los que provienen de la division de veinte mil millones, se hallan en la columna señalada con el número 2, etc. etc.

En en el espécimen adjunto, se hallan los cocientes correspondientes a los divisores desde 7,650 hasta 7,700.

Primer caso.—Cuando el divisor tenga cuatro cifras o menos.

EJEMPLO.—Se quiere dividir 8.976,795 por 7,674. Si basta aproximar el cociente con una decima, haré el cálculo [A], en el que las cantidades que aparecen adicionadas son los cocientes que coresponden a los dividendos 80 millones, 9 millones, 700 mil, 60 mil i 7 mil. Si se desea el cociente con toda la aproximacion que pueden dar las tablas, haré el cálculo [B].

Segun estos dos ejemplos, se ve la necesidad para no practicar adiciones inútiles, de observar cuantas cifras debe tener el cociente, antes de escribir el primer sumando.

NOTA.—He colocado un cero a la izquierda de los cocientes que tienen siete cifras, para poder dar la regla jeneral que una vez escrito el primer cociente, los otros deben escribirse por la parte inferior i avanzando cada vez un lugar a la derecha.

10425	10424811
1173	1172791
091 [A]	091217 [B]
08	07819
1	0912
	117
11698	07
	0
	11697674 (a)

Segundo caso.—Cuando el divisor tenga mas de cuatro cifras.

Siempre que el dividendo no tenga mas de once cifras, las ventajas de la tabla se hacen tanto mas notables cuanto mayor sea el divisor, ya por la facilidad como por la exactitud de la operacion.

Para efectuar la operacion cuando el divisor tiene mas de cuatro cifras, hai que determinar, I. ° los cocientes correspondientes a los divisores entre los que está comprendido el propuesto; se toma despues su diferencia entre ellos, i en seguida se admite que las diferencias entre los cocientes en cuestion, son proporcionales a las diferencias entre los divisores correspondientes.

(a). Al exponer el método que he seguido, para hallar los cocientes, haré ver el grado de aproximacion con que cada uno lo he obtenido.

PRIMER EJEMPLO.—Se quiere dividir 89,767.953,205 por 76,742. Busco los cocientes que corresponden a 76,740 i a 76,750 que son para el primero 1169767,4 i para el segundo 1169615,0 en seguida su diferencia 152,4 la que multiplico por 2 i dividido el producto por 10, resulta 30,48 que debo restar del cociente correspondiente a 76,740; i asi tendré 1169736,9 que es el cociente que deseábamos (b).

1042481,1	1042345,7	1169767,4
117279,1	117263,8	1169615,0
09121,7	09120,5	
0781,9	0781,8	152,4
091,2	091,2	2
11,7	11,7	
0,7	0,7	30,48
<hr/>		
1169767,4	1169615,0	
30,5		
<hr/>		
1169736,9	(1. °)	

SEGUNDO EJEMPLO.—Sea a dividir el mismo dividendo por 767,423. Busco los cocientes correspondientes a 767,400 i a 767,500 que son 116976,7 i 116961,5, luego su diferencia 15,2 la que multiplico por 23 i el producto lo dividiré por 100 lo que me dá 3,5 que restaré del divisor correspondiente a 767,400 i tendré 116973,2 que es el cociente que deseamos.

104248,1	104234,5	116976,7
11727,9	11726,4	116961,5
0912,2	0912,1	
078,2	078,2	15,2
09,1	09,1	23
1,2	1,2	
<hr/>		
116976,7	116961,5	456
3,5		304
<hr/>		
116973,2	(2. °)	3,496

TERCER EJEMPLO.—Sea a dividir el mismo dividendo por 7674,232. Siguiendo el mismo método encontraré el cociente 11697,3.

10424,8	10423,5	7,6	232	11697,674	11697,674
1172,8	1172,6	6,1	15	11696,150	0,354
091,2	091,2				
07,8	07,8	1,5	1160	1524	11697,320
0,9	0,9		232	232	
1	1				
<hr/>					
11697,6	11696,1		03480	3058	
0,3				4572	
<hr/>				3048	
11697,3		(3. °)		0,353568	(3. ° bis.)

He creído conveniente determinar con tres decimales el cociente del tercer ejem-

(b). Si bien el principio en que está fundada esta operación, no es rigurosamente matemático, puede considerarse tal, para los divisores que tienen mas de cuatro cifras. La doble operación que en este caso hai que practicar, evitará en la mayor parte de los casos, la comprobación que generalmente se acostumbra.

plo, para hacer ver la verdad de la proporecion que existe entre los cocientes, como tambien el grado de exactitud de la operacion.

FORMACION DE LAS TABLAS. (c)

He determinado primero con nuevo cifras los cocientes que resultan de dividir la unidad seguida de cero por los divisores desde 5000 hasta 9999.

Para conseguirlo he determinado primero todos los cocientes con cinco cifras por un método especial, i despues las otras cuatro por otro método tambien especial.

El método que me ha servido para determinar las cinco primeras cifras, es una aplicacion del principio jeneral siguiente, que siempre que el dividendo sea un cuadrado exacto i el divisor *menor* que la raiz del dividendo, el cociente se compondrá de dos partes: la primera es la diferencia entre el doble de la raiz i el divisor; i la segunda, el cociente que resulta de dividir el cuadrado de la diferencia entre la *raiz* i el *divisor*, por el divisor propuesto.

EjemPlo.—Se quiere dividir 2518569 por 1232. La raiz del dividendo es 1587. Lo que falta al divisor para ser igual al doble de la raiz es 1492, que es la primera parte. Para determinar la segunda parte, determinaré primero 355 (que es la diferencia entre la raiz i el divisor) i luego su cuadrado 126025 el que dividiré por 1232 i obtendré por cociente 102 que es la segunda parte, la que sumada con la primera nos dará el cociente buscado 2041. 7

Se ve la evidencia de este principio observando que lo que falta a 1942 (primera parte) multiplicado por 1232 para ser igual al dividendo 2518569, es el cuadrado de 355; pues $1942 = 1587 + 355$ i

$1232 = 1587 - 355$ —i el producto de estos dos binomios es igual al cuadrado de los primeros términos, menos el cuadrado de los segundos (d). Debe tenerse mui presente que la resta 361 de la division que nos sirvió para determinar la segunda parte, es la misma de la division propuesta.

El dividendo que me ha servido para determinar las cinco primeras cifras es el cuadrado de 10,000 i principié las divisiones por el divisor 9999 i luego 9998, 9997..... hasta 5000. Despues de haber escrito los divisores en columnas verticales principiando por 9999, escribí a su derecha los cuadrados de sus diferencias con la raiz 10,000 que son las cantidades 1,4,9..... hasta 9801 (cuadrado de 99) que están en la segunda columna: en una tercera columna escribí las cantidades 3, 5, 7, 9..... que me servian para determinar las de la segunda columna, i por fin una cuarta columna me servia para los cocientes. Arreglado así el papel, he aplicado con mucha facilidad el principio de que arriba he hablado, para determinar las cinco primeras cifras de los cocientes.

Desde el divisor 9999 hasta el 9901, la segunda parte es cero, por lo que los cocientes que necesitamos solo constarán de la primera parte i como la diferencia entre los divisores es uno, los cocientes quedaban de hecho determinados con solo conocer el correspondiente a 9999. En cuanto a las restas, he observado arriba que la que resulta para determinar la segunda parte, es la misma de la division propuesta; segun lo que las cantidades de la segunda columna serán las restas de la division (e).

(c). He creído necesario explicar el método que he empleado para determinar los cocientes, tanto para hacer ver algunos principios nuevos que quizá puedan ser útiles, como para que se pueda apreciar el grado de exactitud de los cocientes obtenidos.

(d). Véase al fin de la nota (a) en la que he manifestado la modificacion que sufre este principio en los casos en que el divisor sea mayor que la raiz.

(e). Luego haré ver el método que he empleado para hallar las restas, las que he necesitado determinar antes de los cocientes.

Desde el divisor 9900 hasta el 9860, la segunda parte es uno, por lo que siempre la diferencia entre los cocientes será la unidad, que es la que existe entre los divisores; luego todos estos cocientes quedaban inmediatamente determinados con solo hallar el correspondiente al primero 9900, el que para determinarlo solo bastaba agregar al anterior 9901 dos unidades; una de ellas, la diferencia que existe entre los divisores i la otra de la segunda parte.

Desde el divisor 9859 hasta el 9829, los cocientes se diferencian en una unidad, por ser constante en todos ellos la segunda parte que es 2. Para determinar el cociente correspondiente al primero 9859, basta agregar dos unidades al anterior, una de ellas la correspondiente a los divisores i la otra la nueva unidad correspondiente a la segunda parte. Este mismo procedimiento he seguido hasta el último, comprobando de cuando en cuando los cocientes i restas por medio de divisiones directas (f).

En cuanto a las restas, cada una de las correspondientes a los divisores desde 9999 hasta 9901 quedaban terminadas, con solo agregar a la anterior la cantidad de la tercera columna que estaba a su derecha (cantidades que solo se diferencian en dos unidades) (g): llegando a la resta 9801 correspondiente al divisor 9901, despues de haberle añadido la cantidad que estaba a su derecha, he restado del resultado el divisor 9901, lo que me ha dado 100, que es precisamente la resta de la division que nos sirve para determinar la segunda parte. Desde esta resta hasta la correspondiente al divisor 9860, he seguido el método de agregar a cada una la cantidad que está a su derecha en la tercera columna. Para pasar de la resta 9749 a la 163 que corresponde al divisor 9859, he empleado un procedimiento análogo al que me sirvió para determinar la resta 100. Procedimientos análogos para las otras restas.

Para determinar las cuatro últimas cifras de los cocientes, he multiplicado las restas por los cocientes (h), teniendo cuidado de aumentar en una unidad la quinta cifra del cociente, cuando conocia por la resta, que la sexta debia ser mayor que cinco. Este método, apesar de que el principio en que está fundado supone que la resta sea cero (i), no deja nada que desear por su exactitud, siempre que la sexta cifra del cociente no sea cinco; por lo que, en estos casos raros, me he visto en la necesidad de efectuar una segunda multiplicacion despues de conocer con toda seguridad por la primera, la sésta i setima cifra del cociente.

Obtenidos con nueve cifras los cocientes, he adicionado cada uno diez veces consigo mismo, lo que me ha dado con nueve i diez cifras los cocientes correspondientes a 2 seguido de ceros, 3 seguido de ceros.....

Para obtener los cocientes correspondientes a la unidad seguida de ceros por los divisores desde 4999 hasta 2500, no he hecho otra cosa que considerar como tales, los de la segunda columna de las tablas que corresponden a los divisores múltiplos de dos. Para obtener los que corresponden a los divisores desde 2499 hasta 1250, he considera-

(f). Las que se pueden practicar con mucha rapidtz con la tabla de los cuadrados.

(g). Excepto cuando es necesario hacer la sustraccion de la resta por el divisor, pues en este caso es necesario agregar tres unidades.

(h). Los cocientes i restas de que hablo son los que he determinado primero por el procedimiento ya explicado.

(i). Véase al fin la nota (b), en la que, por medio de un ejemplo, pruebo la evidencia de lo que digo.

do tales los de la cuarta columna que corresponden a los divisores múltiplos de cuatro. En cuanto a los correspondientes a los divisores desde 1249 hasta 1001, los he determinado directamente; con lo que he hecho muchas verificaciones.

Conocidos los cocientes correspondientes al dividendo 90,000,000,000 he practicado una última verificación, observando sus diferencias entre sí, las que crecen de un modo muy constante, lo que me ha dado la seguridad de que no ha habido error en las operaciones anteriores.

Grado de aproximacion en los cocientes de las tablas.

Habiendo determinado los cocientes con nueve i diez cifras, y habiéndolos escrito en las tablas solo con siete i ocho cifras, resulta que :

El mayor error para los cocientes que corresponden a los divisores, desde 9999 hasta 5000 es para los que están en la columna 1 de 0,005; para los de la columna 2 de 0,01; para los de la columna 3 de 0,015 etc. etc., i para los de la columna 9 de 0,045.

El mayor error para los cocientes que corresponden a los divisores desde 4999 hasta 2500 es, para los de la columna 1 de 0,01; para los de la 2 de 0,015; i para los de la columna 9 de 0,09.

El mayor error para los cocientes correspondientes a los divisores desde 2499 hasta 1250 es, para los de la columna 1 de 0,02 etc. etc., i para los de la columna 9 será de 0,18. Este último es el mayor de los errores de los cocientes de las tablas, lo que creo un grado de exactitud que no dejará nada que desear, i sobre todo si se considera que este error puede solo tener lugar para los cocientes que tienen ocho cifras.

NOTAS.

NOTA [A].—El principio existe, aun cuando el divisor sea mayor que la raíz, pero con algunas modificaciones; i además el modo de obtener la primera i segunda parte varía según sea primero el divisor mayor que la raíz, pero menor que el doble de ella, i segundo que el divisor sea mayor que el doble de la raíz.

Primer caso. El divisor menor que el doble de la raíz del dividendo.

La primera parte es la diferencia entre el *doble de la raíz* i el *divisor*; i la segunda parte es el cociente que resulta de dividir, por el divisor propuesto, el cuadrado de la diferencia entre el *divisor* i la *raíz*.

EJEMPLO.—Sea a dividir 2518569 por 2364. La raíz del dividendo es 1587. Lo que falta al divisor para ser igual al doble de la raíz es 810, que será la primera parte. Para determinar la segunda, hallaré primero 777 (que es la diferencia entre 2364 i 1587) i luego su cuadrado 603,729 el que dividiré por el divisor 2364; i el cociente 255 será la segunda parte, la que debe agregarse a la primera para obtener el cociente que deseamos.

$$\begin{array}{l} \text{La razón.} \left\{ \begin{array}{l} \text{primera parte.} = 810 = 1587 - 777 \\ \text{divisor} \dots\dots = 2364 = 1587 + 777 \end{array} \right. \end{array}$$

Segundo caso. El divisor mayor que el doble de la raíz.

La primera parte es la diferencia entre el *divisor* i el *doble de la raíz*, i la segunda parte es el cociente que resulta de dividir, por el divisor propuesto, el cuadrado de la diferencia entre el divisor i la raíz.

EJEMPLO.—Sea a dividir el mismo dividendo por 6732. Lo que falta al doble de la raíz (3174) para ser igual al divisor, es 3558, que será la primera parte. Para determinar la segunda, hallaré primero 5145 (diferencia entre el divisor 6732 i la raíz 1587), luego su cuadrado 26471025 el que dividiré por 6732 i el cociente 3932 será la segunda parte de la que debo *restar* la primera, i tendré así 374 que es el cociente buscado.

$$\text{La razon.} \begin{cases} \text{primera parte.} = 3558 = 5145 - 1587 \\ \text{divisor} = 6732 = 5145 + 1587 \end{cases}$$

Vemos que este caso no es otro que el primero, pero en el que el dividendo es 26471025. La primera parte es 3558 que es la diferencia entre el doble de la raíz (10390) i el divisor 6732. La segunda parte será 374 que es el cociente que resulta de dividir, por el divisor propuesto, el cuadrado de la diferencia entre el divisor i la raíz. Luego tendremos $3558 + 374 = 3932$, i de aquí $3932 - 3558 = 374$ que era lo que queria demostrar.

NOTA [B].—Si de dividir una cantidad cualesquiera a por otra c , obtenemos un cociente exacto m , es evidente que para obtener el de un dividendo b por el mismo divisor c bastará multiplicar b por el cociente m i dividir el producto por a .

EJEMPLO.—El cociente de dividir 1000 por 8 es 125; pues bien, para dividir 6423 por 8, separaré en el producto de 6423 por 125 tres cifras para decimales i tendré el cociente 802,875.

Si la resta no es cero, es fácil hacerla desaparecer apreciándola en decimales, que es lo que he hecho al multiplicar la resta por las cinco cifras del cociente; lo que haré ver por medio de un ejemplo.

En el del margen vemos que de dividir 100 millones por 7675 nos ha resultado 13029 por cociente i la resta 2425. Como necesitamos agregar otras cuatro cifras al cociente la resta se convertirá en 24250000. En lugar de efectuar directamente la division, hagamos cuatro que serán los de 20,000,000, 4000,000, 200,000 i 50,000 por 7675, i para conseguirlo emplearemos el metodo de que acabo de hablar.

10000,0,0,0,0	7675
23250	13029
22500	
71500	
2425	

1.º Para obtener el cociente correspondiente a 20,000,000, es claro que deberé hacer el simple racionio siguiente: si de dividir 10 millones por 7675 nos ha resultado por cociente 1302 i por resta 7150, para dividir 20 millones multiplicaremos tanto el cociente 1302 como la resta 2. Si la resta, que nos resulta es mayor que el divisor, determinaremos el cociente, en que en el ejemplo en cuestion es 1,86 el que agregaremos al producto del cociente 1302 por 2. De este modo tendremos matematicament el cociente i resta que necesitamos; pero llegaremos a un resultado mui aproximado multiplicando 2 por el cociente compuesto de sus cinco cifras, en lo que no hacemos otra cosa que apreciar la resta 7150 en décimas.

2.º Un racionio análogo al anterior nos probaria que para obtener el cociente de 4000,000 por 7675, debemos multiplicar 4 por 130 (que es el cociente que corresponde a un millon) i agregar al producto 520 al cociente que resulta de dividir 4×2250 (resta) por el divisor 7675. Pero teniendo apreciada la resta 2250 hasta las centésimas, vemos que basta multiplicar 4 por las cinco cifras del cociente, para obtener con toda exactitud las tres primeras cifras del cociente en cuestion.

Si en este 2.º caso, al despreciar la resta 2250, el error no influye en el cociente que necesitamos, es evidente que con mayor razon no influirán las restas 225 i 2325, que son las que deberiamos tomar en consideracion para obtener los cocientos correspondientes a 200,000 i 50,000.

Espécimen de las tablas.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7650	01307190	02614379	03921509	05228758	06535948	07843137	09150327	10457516	11764706
7651	01307019	02614037	03921056	05228075	06535093	07842112	09149131	10456150	11763168
7652	01306848	02613696	03920544	05227392	06534239	07841087	09147935	10454783	11761631
7653	01306677	02613354	03920031	05226708	06533388	07840063	09146740	10453417	11760094
7654	01306506	02613013	03919519	05226026	06532532	07839038	09145545	10452051	11758558
7655	01306336	02612671	03919007	05225343	0658.679	07838014	09144350	10450686	11757022
7656	01306165	02612330	03918495	05324660	06530826	07836991	09143156	10449321	11755486
7657	01305995	02611989	03917984	05223978	06529973	07835967	09141962	10447956	11753951
7658	01305824	02611648	03917472	05223296	06529120	07834944	09140768	10446592	11752416
7659	01305653	02611307	03916960	05222614	06528267	07833921	09139574	10445228	11750881
7660	01305483	02610966	03916449	05221932	06527415	07832898	09138381	10443864	11749347
7661	01305313	02610625	03915938	05221250	06526563	07831876	09137188	10442501	11747814
7662	01305143	02610285	03915427	05220569	06525711	07830854	09135996	10441138	11746280
7663	01304972	02609944	03914916	05219888	06524860	07829832	09134804	10439776	11744747
7664	01304802	02609603	03914405	05219207	06524008	07828810	09133612	10438413	11743215
7665	01304631	02609263	03913894	05218526	06523157	07827789	09132420	10437052	11741683
7666	01304461	02608923	03913384	05217845	06522306	07826768	09131229	10435690	11740151
7667	01304291	02608582	03912873	05217164	06521456	07825747	09130038	10434329	11738620
7668	01304121	02608242	03912363	05216484	06520605	07824726	09128847	10432968	11737089
7669	01303951	02607902	03911853	05215804	06519755	07823706	09127657	10431608	11735559
7670	01303781	02607562	03911343	05215124	06518905	07822686	09126467	10430248	11734029
7671	01303611	02607222	03910833	05214444	06518055	07821666	09125277	10428888	11732499
7672	01303441	02606882	03910323	05213764	06517205	07820646	09124088	10427529	11730970
7673	01303271	02606542	03909814	05213085	06516356	07819627	09122898	10426170	11729441
7674	01303101	02606203	03909304	05212406	06515507	07818608	09121710	10424811	11727912
7675	01302932	02605863	03908795	05211726	06514658	07817590	09120521	10423453	11726384
7676	01302762	02605524	03908286	05211047	06513809	07816571	09119333	10422095	11724857
7677	01302592	02605184	03907776	05210369	06512961	07815553	09118145	10420737	11723329

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---

7685	01301236	02602472	03903709	05204945	06506181	07807417	09108653	10406889	11711126
7686	01301067	02602134	03903201	05204268	06505334	07806401	09107468	10405535	11709602
7687	01300898	02601795	03902693	05203590	06504488	07805386	09106283	10404181	11708079
7688	01300728	02601457	03902185	05202914	06503642	07804370	09105099	10402827	11706556
7689	01300559	02601118	03901678	05202237	06502796	07803355	09103915	10401474	11705033
7690	01300390	02600780	03901170	05201560	06501951	07802341	09102731	10400121	11703511
7691	01300221	02600442	03900663	05200884	06501105	07801326	09101547	10400768	11701989
7692	01300052	02600104	03900156	05200208	06500260	07800312	09100364	10400416	11700468
7693	01299883	02599766	03899649	05199532	06499415	07799298	09099181	10399164	11698947
7694	01299714	02599428	03899142	05198856	06498570	07798284	09097998	10397712	11697427
7695	01299545	02599090	03898635	05198181	06497726	07797271	09096816	10396361	11695906
7696	01299376	02598753	03898129	05197505	06496882	07796258	09095634	10395010	11694387
7697	01299207	02598415	03897622	05196830	06496037	07795245	09094452	10393660	11692867
7698	01299039	02598077	03897116	05196156	06495194	07794232	09093271	10392310	11691348
7699	01298870	02597740	03896610	05195480	06494350	07793220	09092090	10390960	11689830
7700	01298701	02597403	03896104	05194805	06493507	07792208	09090909	10389610	11688312